Capitolo 6

Le forze e l'equilibrio

6.1 Le forze

Il concetto di *forza* è uno dei più importanti e fondamentali di tutta la fisica.

Ognuno di noi ha un'idea innata del significato di questa grandezza: è un'idea apparentemente elementare che ci proviene dal senso comune e dalle esperienze della vita di ogni giorno. Nonostante ciò, per gli scopi che ci prefiggiamo, è bene darne una definizione che si ricolleghi a fenomeni valutabili sperimentalmente. Possiamo allora affermare che su un oggetto agiscono delle forze quando si realizza una delle seguenti situazioni:

- la struttura dell'oggetto subisce delle *deformazioni*
- l'oggetto si trova in *equilibrio*
- la sua *velocità cambia* nel tempo.

L'ultima affermazione può essere ricondotta a una varietà di situazioni diverse: un corpo inizialmente fermo, cioè caratterizzato da velocità nulla, può mettersi in moto più o meno rapidamente; oppure, un oggetto inizialmente in moto può essere completamente fermato dagli effetti frenanti di una forza; infine, un corpo che si sta già muovendo è in grado di modificare il valore della sua velocità, rallentando o accelerando la sua corsa.

Anche la forza, al pari di tutte le altre grandezze fisiche come la lunghezza, il volume o la durata di un intervallo di tempo, è espressa da un numero (che ne rappresenta l'intensità) accompagnato da una opportuna unità di misura, il *newton* (simbolo N), dal nome di uno dei più importanti fisici del passato: l'inglese Isaac Newton (1643-1727).

Parleremo quindi di forze la cui intensità può valere 1 N, 10 N, 20 N...

La forza è una grandezza *vettoriale*, perfettamente nota solo quando se ne conoscano anche la direzione il verso.

6.2 La condizione di equilibrio per la traslazione

Definiamo **corpo rigido**, *un oggetto esteso tale che la distanza tra due suoi punti qualsiasi non cambi sotto l'azione delle forze a esso applicate.*

E' evidente che tutti i corpi sono, più o meno, deformabili e che quella di corpo rigido è solo una astrazione, una delle tante che la fisica utilizza per semplificare i fenomeni studiati e per rappresentarli attraverso dei modelli matematici ragionevolmente semplici.

Introduciamo ora la definizione di **equilibrio statico**: *un corpo è in equilibrio statico se, inizialmente fermo e lasciato libero di muoversi, rimane fermo nel tempo.*

Un corpo rigido può traslare e ruotare: ognuna di queste due situazioni richiede una particolare condizione perché l'equilibrio sia assicurato. La prima di queste riguarda la traslazione e, di fatto, ci porta al seguente enunciato:

Condizione di equilibrio per la traslazione:

Se un corpo è in equilibrio statico, allora la risultante R delle forze ad esso applicate deve essere nulla, cioè:

$$\mathbf{R} = 0 \tag{6.1}$$

In tal caso l'oggetto è fermo e rimane fermo nel tempo.

La parte della fisica che si occupa dello studio delle condizioni di equilibrio di corpi puntiformi ed estesi si chiama **statica**.

6.3 La legge di Hooke

Diamo la seguente definizione:

un corpo si dice **elastico** *se è in grado di riassumere spontaneamente la sua forma originaria quando cessano gli effetti della forza ad esso applicata.*

Una molla, un elastico, un pezzo di gomma soddisfano pienamente questa richiesta. Un sottile filo di ferro invece no: una volta piegato, non è in grado di ritornare spontaneamente alla sua forma iniziale.

E' merito di Robert Hooke, fisico inglese del Seicento (1635-1703) e contemporaneo di Newton, l'aver ricavato per primo la relazione matematica tra la forza F applicata ad un corpo elastico e la sua deformazione ΔL.

Nella sua analisi, Hooke studia il comportamento di una molla assumendola come semplice esempio a cui ricondurre le proprietà di tutti i corpi elastici. Detta L_i la sua *lunghezza iniziale* e L_f la *lunghezza finale*, la seguente espressione

$$\Delta \mathrm{L} = L_i - L_f$$

ne rappresenta *l'allungamento* (più in generale, la *deformazione*, perché una molla può essere anche compressa).

La relazione tra la forza **F** e l'allungamento **ΔL** prende il nome di **Legge di Hooke**, e si scrive:

$$\mathbf{F}_{elastica} = -k \cdot \Delta\mathbf{L} \tag{6.2}$$

Il simbolo k rappresenta la cosiddetta *costante elastica della molla* ed è un coefficiente che descrive le caratteristiche elastiche del corpo studiato. Molle di struttura differente, infatti, subiscono deformazioni molto diverse a parità di forza applicata: è molto più facile tendere o comprimere la molla di una penna a sfera che non l'ammortizzatore di un'auto, che è pur sempre una molla....!!

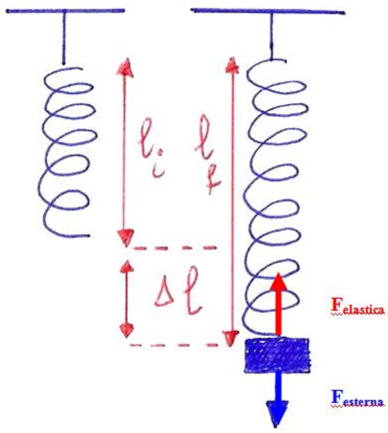

Fig.6.1 - *Legge di Hooke e allungamento di una molla.*

Il valore della *costante elastica* dipende, in generale:

1. dal materiale utilizzato
2. dalle dimensioni complessive della molla
3. dalla struttura delle spire e dal tipo di avvolgimento.

Se la costante k è piccola, per ottenere una certa deformazione della molla basterà una forza debole (molla facile da deformare); se, invece, k è grande, per ottenere la stessa deformazione bisognerà applicare una forza maggiore (molla "dura"). Poiché la forza si misura in *newton* e l'allungamento in *metri*, ricaviamo l'unità di misura di k esplicitando la *legge di Hooke* rispetto alla costante elastica:

$$k = \frac{F}{\Delta L} \qquad \rightarrow \qquad \left[\frac{newton}{metri}\right] = \left[\frac{N}{m}\right]$$

Osservazioni:

1. la legge di Hooke vale solo per piccole deformazioni, che non facciano superare alla molla i cosiddetti "limiti di elasticità". In caso contrario, la molla non è più in grado di recuperare la forma iniziale e rimane deformata in modo irreversibile
2. la forza elastica $\mathrm{F}_{elastica}$ ha sempre verso opposto rispetto alla deformazione ΔL: questo significato vettoriale è rappresentato del **segno algebrico negativo** posto davanti al secondo membro dell'equazione

3. nel momento in cui la molla, dopo essersi deformata, raggiunge una situazione di equilibrio (cioè quando non si muove più), il modulo della forza elastica diventa uguale al modulo della forza esterna $F_{esterna}$ che ne ha causato l'allungamento. In questa situazione, la $F_{esterna}$ può essere facilmente calcolata usando la legge di Hooke e uguagliando i soli moduli delle forze in gioco (trascurando, quindi, il segno "meno"):

$$F_{esterna} = F_{elastica} = k \cdot \Delta L \tag{6.3}$$

6.4 La massa e il peso

I concetti di massa e peso sono frequentemente usati anche nel linguaggio quotidiano. Purtroppo il significato che si attribuisce a tali termini è tutt'altro che corretto; infatti, sono spesso considerati come sinonimi e per questo motivo confusi tra di loro, mentre in realtà essi rappresentano due grandezze fisiche completamente diverse.

Definiamo **massa** *la quantità di materia che contraddistingue un corpo.* La sua unità di misura è il chilogrammo (simbolo kg), ed è una quantità scalare.

Definiamo **peso** *la forza di gravità che agisce sui corpi e che è responsabile del loro moto di caduta verso il centro della Terra.* Essendo il peso nient'altro che una forza a tutti gli effetti, è una grandezza vettoriale e la sua unità di misura è il newton (simbolo N).

Chiarite le differenze, è doveroso sottolineare come esista anche una stretta relazione tra queste due grandezze fisiche, che è esplicitata dalla seguente equazione:

$$P = mg \tag{6.4}$$

dove con la costante g si è espresso il valore dell'*accelerazione di gravità terrestre*, in genere assunta pari a 9,81 N/kg.

Una definizione rigorosa di accelerazione sarà introdotta molto più avanti nel corso: per ora basti sapere che essa rappresenta in un qualche modo *la rapidità con cui aumenta la velocità dei corpi che cadono a terra.* Essa dipende dalla massa del pianeta su cui ci si trova e dalle sue dimensioni. Sulla Luna, ad esempio, tale valore è circa 6 volte più piccolo: su Giove, il più massiccio dei pianeti del Sistema Solare, l'accelerazione di gravità è 2,34 volte maggiore che sulla Terra ($g_{\,Giove} = 22,9\, N/kg$).

Ma anche sulla Terra il valore di g non è perfettamente costante: all'equatore vale 9,789 N/kg, mentre ai Poli esso sale a 9,823 N/kg. A Milano, che si trova a metà strada tra Polo ed Equatore, g vale circa 9,806 N/kg. Il motivo di queste piccole variazioni ha le seguenti motivazioni:

1. la forma schiacciata della Terra (i poli sono un po' più vicini al centro del pianeta rispetto all'equatore)

2. gli effetti della forza centrifuga, il cui valore è massimo all'equatore e che, come in una giostra ruotante, tende ad allontanare i corpi dalla superficie terrestre e a spingerli verso l'esterno

3. le variazioni locali della conformazione geologica del sottosuolo: una maggiore concentrazione di graniti, basalti e rocce molto dense sono la causa di un valore locale di g più elevato di quello misurabile in una zona dove invece prevalgono sabbie, ghiaie e

materiali più leggeri. Tali variazioni sono comunque di entità estremamente piccola, ancorché perfettamente misurabili con gli strumenti oggi a disposizione.

La conseguenza di queste osservazioni è che *massa* e *peso* sono grandezze fisiche diverse e non devono essere confuse. Mentre il peso di un oggetto può variare da un luogo all'altro, la massa è una caratteristica propria dei corpi ed è costante in qualunque punto dell'universo ci si trovi: un astronauta "grassottello" non diventa "magro" solo perché si trova sulla Luna, dove l'accelerazione di gravità lo attira verso il suolo con minore intensità di quella che lui sperimenta sulla Terra. Avrà solo la soddisfazione di vedere che il suo peso è diminuito di circa 6 volte, ma senza che a ciò corrispondano reali vantaggi. Posto in orbita attorno alla Terra, ad esempio, lo stesso astronauta galleggerebbe senza peso nella navicella spaziale: ma senza per questo aver perso un solo grammo della sua massa corporea.

Per questo motivo, se a uno studente di massa 60 kg fosse chiesto quanto pesa, dovrebbe rispondere che il suo peso è poco meno di 600 newton (per la precisione 588,6 N) !!

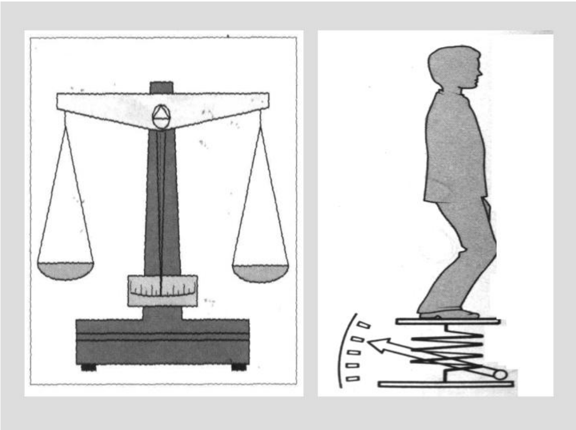

Fig.6.2 - *Bilancia a bracci uguali (a sinistra) e a molla (a destra).*

Massa e peso, se misurati nello stesso luogo, sono però grandezze direttamente proporzionali, come espresso chiaramente dalla relazione

$$P = mg.$$

Ed è su questa proprietà che si basa il funzionamento della bilancia: con qualche precisazione. Esistono due tipi profondamente diversi di bilance: quelle a **bracci uguali** e quelle **a molla**.

Nelle prime, il processo di misura avviene tramite il confronto della massa ignota con una massa campione di entità conosciuta mettendo i due oggetti sui diversi piatti dello strumento. Per la proporzionalità appena accennata e per il fatto che l'accelerazione di gravità è la stessa per entrambi i piatti, la misura di peso permette di determinare senza problemi quella della massa (ma non dopo avere preventivamente definito l'unità di misura).

Ben diverso è il funzionamento della bilancia a molla, detta a volte "pesapersone". In questo caso la misura è ottenuta dal diverso allungamento della molla rispetto a valori standard stabiliti nel momento della costruzione dello strumento. In questo caso è solo il peso ad essere determinato, e non la massa. Il valore letto, infatti, può variare per lo stesso oggetto in funzione del diverso valore dell'accelerazione di gravità locale. Con una bilancia a molla, il peso di una persona sulla Luna risulterebbe ridotto di un sesto rispetto al valore terrestre, mentre la bilancia a bracci uguali darebbe sempre lo stesso valore.

Il dinamometro - Il dinamometro è uno strumento utilizzato per la misura dell'intensità delle forze. Nella sua forma più semplice consiste di due strutture cilindriche che possono scorrere una dentro l'altra: quella interna è collegata a una molla. Una scala graduata fornisce il valore della forza in newton in funzione dell'allungamento del cilindro mobile rispetto alla posizione di riposo. Tale cilindro termina con un gancio che serve per lo studio di oggetti di piccole dimensioni (Fig.6.3).

Un tipico esempio è la misura della forza peso di oggetti di massa pari a poche decine o centinaia di grammi. L'oggetto in questione è agganciato al cilindro scorrevole, e questo si scosta dalla posizione di zero di una quantità ΔL proporzionale alla forza peso P, come previsto dalla legge di Hooke. In modulo:

$$\mathrm{F} = \mathrm{P} \quad \longrightarrow \quad \mathrm{k} \cdot \Delta\mathrm{L} = \mathrm{mg} \tag{6.5}$$

Se è nota la costante elastica k del dinamometro, dalla lettura dell'allungamento ΔL si ricava facilmente il valore della forza peso P, e viceversa.

In genere lo strumento è tarato con una scala graduata che fornisce il valore della forza espresso già in newton. Prima di eseguire una qualsiasi misura, occorre sempre controllare che la taratura dello strumento sia corretta.

Fig.6.3 - *Un dinamometro da laboratorio.*

6.5 Densità e peso specifico

Consideriamo ora la stessa quantità di materia di due oggetti molto diversi tra loro, ad esempio 1,00 kg di paglia e 1,00 kg di ferro. Essendo uguali le masse, sono identici anche i pesi, come espresso dalla relazione del paragrafo precedente $P = mg$. Nel nostro esempio tale valore è calcolabile in 9,81 N sia per la paglia sia per il ferro.

E' però evidente che il volume occupato dai due materiali è differente. Il motivo di questa diversità è da attribuire a una proprietà fondamentale della materia che si chiama *densità*, così definita: **la densità** *di un corpo è data dal rapporto tra la sua massa M e il volume V da esso occupato.* In simboli:

$$D = \frac{M}{V} \tag{6.6}$$

A volte si preferisce usare la lettera "d" minuscola dell'alfabeto greco (δ = delta), per cui si può anche trovare scritto:

$$\delta = \frac{M}{V} \tag{6.7}$$

Le unità di misura della densità sono [kg/m^3].

In modo perfettamente analogo, si definisce **peso specifico** Ps di un oggetto, *il rapporto tra il peso P e il suo volume V*. In simboli:

$$P_S = \frac{P}{V} = \frac{mg}{V} \tag{6.8}$$

Le unità di misura del peso specifico sono [N/m^3].

materiale	**densità (kg/m^3)**	**materiale**	**densità (kg/m^3)**
alcool etilico	800	olio	920
ferro	7 880	mercurio	13 600
benzina	720	legno (balsa)	750
rame	8 920	ottone	8 500
ghiaccio	920	polistirolo	40
alluminio	2 700	vetro	2 500
acqua	1 000	aria	1,29
stagno	7 280	uranio	19 500
sughero	300	acqua di mare	1 030
piombo	11 340	oro	19 300

Fig.6.4 - *Tabella di densità.*

Il significato fisico del fatto che materiali diversi hanno densità differenti trae la sua origine dalle proprietà atomiche della materia: gli atomi non hanno tutti la stessa massa, e se un atomo della sostanza A é meno "massiccio" di un atomo del materiale B, vuol dire che è necessario un numero maggiore di atomi di A per ottenere la stessa massa di B. Ma un numero maggiore di atomi occupa, in linea di principio, anche un volume maggiore. Da cui si deduce che la densità di A è minore di quella di B perché, a parità di massa, il volume occupato dal corpo A è maggiore.

E' poi interessante sottolineare il fatto che oggetti più densi dell'acqua non siano in grado di galleggiare. Vedremo meglio questa proprietà quando affronteremo lo studio dei fluidi. Al proposito, vale la seguente proprietà:

La densità dell'acqua (distillata) è 1 000 *kg/m*^{3}*, se misurata alla temperatura di* 4*°C. In tali condizioni* 1 *kg di massa d'acqua occupa un volume di* 1 *dm*^{3}*(pari alla capacità di* **1 litro***).*

6.6 Funi ideali: forze di tensione

Un modo molto semplice di imprimere una forza ad un oggetto può essere, per esempio, quello di trascinarlo con una fune, una corda o una catena. E'una situazione che incontreremo molto frequentemente nella risolzione dei problemi. Quando avviene ciò, la fune si tende, e risente degli effetti di una forza detta **tensione T,** la cui direzione coincide con quella della fune stessa. Nei nostri esempi, considereremo solo *funi ideali*, cioè con le seguenti caratteristiche:

1) *inestensibili* (non elastiche, quindi di lunghezza costante)

2) di *massa trascurabile* rispetto alle altre masse in gioco

3) *omogenee*, cioè di struttura, forma e dimensione costante in ogni loro punto.

In questo caso, e solo in questo caso, il valore della tensione **T** rimane costante in tutti i punti della fune; la direzione di **T** può invece cambiare se, ad esempio, è presente una carrucola. Con queste ipotesi, *agli estremi della fune le due tensioni sono uguali in modulo, ma di verso opposto.*

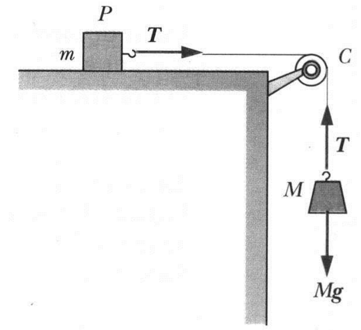

Fig.6.5 - *Le tensioni* **T** *ai due estremi di una fune ideale sono di modulo uguale, ma hanno verso opposto.*

6.7 Le reazioni vincolari

Un **vincolo** *è un oggetto che con la sua presenza esercita una forza* **Φ** *che impedisce il movimento di un corpo lungo una o più direzioni; tale forza* **Φ** *si chiama* **reazione vincolare.**

Un libro appoggiato a un tavolo (Fig.6.6) non cade a terra perché la forza peso **P** che agisce su di esso in direzione verticale è perfettamente bilanciata dalla reazione vincolare **Φ** , la cui direzione è perpendicolare al piano (e quindi anch'essa verticale, ma diretta verso l'alto).

Analogamente, un quadro appeso tramite un chiodo e un filo a una parete non può cadere perché il filo costituisce un vincolo, cioè esercita una forza di reazione **Φ** in direzione verticale che bilancia perfettamente la forza peso **P** del quadro. E ciò almeno fino alla rottura del vincolo!

6.8 La forza d'attrito

Consideriamo di nuovo un libro appoggiato ad un tavolo orizzontale. Sappiamo che per spostarlo con una mano e per mantenerlo in moto con "velocità costante", dobbiamo applicare una forza **F** *per tutto il tempo durante il quale vogliamo che il moto continui.* Quando togliamo la mano, infatti, il libro si ferma quasi subito. Questo vuol dire che le forze che agiscono sul libro lungo la direzione di moto sono due: la forza **F**, applicata da noi (e che è all'origine del movimento), e un'altra uguale e contraria alla precedente che chiameremo *forza d'attrito* $\mathbf{F_a}$ (responsabile dell'opposizione al moto), e che ferma l'oggetto quando la nostra azione viene meno.

L'esperienza mostra inoltre che una volta che l'oggetto è stato smosso dalla sua situazione iniziale di quiete (imprimendogli una forza **F** per vincere l'attrito), per mantenerlo in moto con velocità costante è sufficiente imprimergli una forza **f** di intensità minore di **F**. Questo fatto sta ad indicare che esistono due tipi di situazioni diverse che ostacolano il movimento:

l'attrito **statico,** che deve essere vinto per muovere l'oggetto quando è fermo, e l'attrito **dinamico**, di intensità inferiore al precedente, che il corpo sperimenta solo dopo che si è messo in moto....

Il motivo per cui esistono le forze d'attrito risiede nella struttura microscopica dei materiali che vengono a contatto scivolando l'uno sull'altro. Le loro superfici non sono perfettamente lisce. Anche le più levigate rivelano ad un'attenta analisi microscopica la presenza di piccole increspature e rugosità. Queste microscopiche sporgenze, se i materiali sono fermi, risultano di fatto "agganciate" le une nelle altre, e causano una discreta resistenza al moto (**attrito statico**). Quando però il movimento ha avuto inizio, le rugosità delle superfici non hanno più la possibilità di incastrarsi: l'opposizione al movimento continua ad esistere, ma si manifesta con minore intensità (**attrito dinamico**).[1]

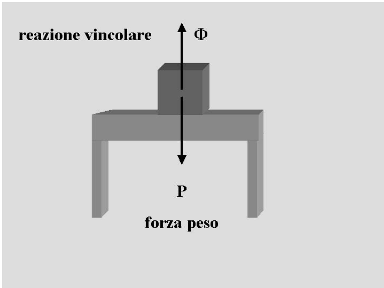

Fig.6.6 - *Esempio di reazione vincolare esercitata da un tavolo sull'oggetto ad esso appoggiato.*

L'esperienza dimostra che l'intensità della forza d'attrito:

- 1) non dipende dalla dimensione delle due superfici
- 2) dipende solo dalla composizione dei due materiali che vengono a contatto (tale proprietà è espressa dal coefficiente d'attrito: vedi tabella in Fig.6.7)
- 3) dipende dalla forza normale che tiene a contatto i due oggetti.

Si definisce **forza normale $\mathbf{F_N}$** *la somma di tutte le forze perpendicolari alla superficie di contatto tra i due corpi.*[2]

In formule, detto F_a il modulo della forza d'attrito, e F_N quello delle forze normali al moto, vale:

$$F_a = \mu \cdot F_N \tag{6.9}$$

dove μ può essere, a seconda dei casi, il coefficiente d'*attrito dinamico o statico.*

Poichè, di fatto, la forza d'attrito è una forza che tende ad ostacolare il movimento, il suo verso è sempre contrario alla direzione di moto.

Possiamo concludere il discorso con una ulteriore differenziazione tra *attrito radente* e *attrito volvente*: il primo tipo di attrito è il caso, appena trattato, di due superfici che traslano una

[1] Una trattazione più precisa delle forze d'attrito richiederebbe di considerare anche il fondamentale ruolo giocato dalle forze elettrostatiche che si vengono a sviluppare tra gli atomi delle due superfici poste a contatto. Queste forze saranno affrontate durante l'ultimo anno di corso.

[2] Si definisce *normale* la direzione perpendicolare alla tangente a una curva in un punto considerato. Se la curva considerata è una retta (come nel nostro caso: moto rettilineo), la tangente a una retta ha l'identica direzione della retta stessa e la normale viene di fatto a coincidere con la perpendicolare a tale retta nel punto in questione.

sull'altra. Il secondo, è il caso in cui una delle due superfici rotoli senza strisciare sull'altra: il primo attrito è molto maggiore del secondo, e in questo fatto sperimentale sta l'importanza dell'invenzione della ruota ai fini dei mezzi di trasporto. Il motivo di questa differenza consistente risiede nel fatto che, nel caso di una ruota che scivoli sul terreno, le increspature microscopiche delle superfici non sono fatte scivolare l'una sull'altra, ma sono distaccate con un movimento che si avvicina al sollevamento verticale. E ciò causa un attrito (volvente) molto minore.

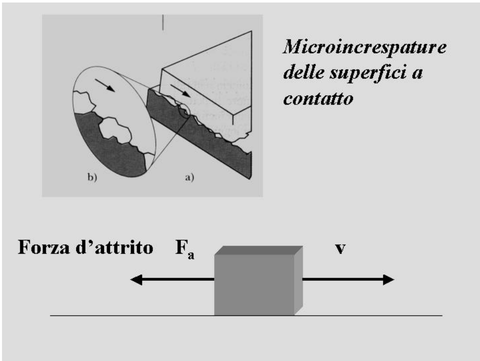

Fig.6.7 - *Le microincrespature tra le due superfici a contatto sono la causa della forza d'attrito, il cui verso è sempre contrario alla direzione di moto.*

Note:

1) Come già detto, la forza d'attrito ha verso tale da opporsi sempre al moto dell'oggetto su cui agisce. Con qualche precisazione. Se non esistessero gli attriti, infatti, nemmeno il moto sarebbe possibile: le ruote di un qualunque autoveicolo scivolerebbero sul terreno (così come fanno parzialmente sul ghiaccio), e lo stesso avverrebbe con il semplice gesto del camminare. Non sarebbe nemmeno possibile tenere in mano un oggetto: questo ci scivolerebbe irrimediabilmente tra le dita e non riusciremmo ad afferrarlo...

2) L'intensità della forza d'attrito non è costante, ma dipende dalla situazione studiata. L'espressione:

$$F_a = \mu F_N$$

esprime il *valore massimo* che la forza d'attrito può assumere. Pensiamo ad un oggetto di massa M = 10 kg posto su un piano orizzontale di coefficiente d'attrito statico $\mu_{stat} = 0{,}2$ e dinamico $\mu_d = 0{,}1$ trascinato da una forza orizzontale **F**. Se calcoliamo il valore "massimo" della forza d'attrito otteniamo:

$$F_a = \mu_s\, Mg = 0{,}2 \cdot 10\ \text{kg} \cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2 = 19{,}6\ \text{N}.$$

Ciò significa che per intensità della forza trainante minori di 19,6 N l'oggetto non si muove. Nel caso in cui io applicassi due forze di modulo rispettivamente F_1= 9,8N e F_2 = 19N l'oggetto continuerebbe a non muoversi, ma nel primo caso la forza d'attrito avrebbe modulo pari a 9,8 N e nel secondo caso pari 18 N. Infatti, se così non fosse e se la forza d'attrito assumesse sempre il suo valore massimo, si arriverebbe al paradosso che l'oggetto si muoverebbe spinto proprio.... dall'attrito !! Il ché sarebbe assurdo.

Si noti, infine, che una volta che il movimento ha avuto inizio, per spingere il corpo a velocità costante sarà sufficiente una forza F di intensità minore di 19,6 N (perché l'attrito dinamico è minore di quello statico). Eseguiamo il calcolo:

$$F_a = \mu_d\, Mg = 0{,}1 \cdot 10\ \text{kg} \cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2 = 9{,}8\ \text{N}.$$

materiali a contatto	**coefficiente statico**	**coefficiente dinamico**
gomma su cemento asciutto	0,9	0,7
gomma su cemento bagnato	0,7	0,5
legno su neve	0,08	0,06
acciaio su teflon	0,04	0,04
acciaio su acciaio	0,75	0,57
acciaio su ghiaccio	0,02	0,01
legno su legno	0,7	0,4
metallo su metallo (lubrificati)	0,10	0,07
vetro su vetro	0,9	0,4

Fig.6.8 - *Coefficienti di attrito statico e dinamico di alcuni materiali a contatto.*

6.9 Un metodo per risolvere i problemi

Nella risoluzione degli esercizi capita sovente di dover studiare un corpo su cui agiscono contemporaneamente più forze. E' allora molto comodo rappresentare la situazione con un grafico che dia una visione globale e sintetica della situazione fisica, dove ogni forza è rappresentata con la sua direzione e il suo verso. Un tale grafico prende il nome di **diagramma di corpo libero**.

E' poi importante considerare ogni forza come se fosse applicata ad un punto particolare dell'oggetto studiato, il **baricentro**, definito come *il punto medio della distribuzione delle masse di un corpo rigido esteso.* Se l'oggeto studiato è omogeneo e ha forma simmetrica, il baricentro *coincide con il suo centro geometrico.* In particolare, devono essere sempre applicate al baricentro sia la forza peso $\mathbf{P}$, sia eventuali forze esterne. In quest'ultimo caso, però, l'oggetto non si deve muovere di moto rotatorio, ma risultare fermo o, al massimo, muoversi di moto rettilineo.[3]

L'analisi e la risoluzione numerica di molti esercizi di dinamica può essere notevolmente semplificata dal seguire un preciso metodo di lavoro. Dopo aver letto attentamente il testo del problema, è consigliabile attenersi a questa procedura:

1) Disegnare correttamente il sistema con tutte le forze in gioco

2) Individuare, tratteggiandola nel disegno, la direzione di moto e decidere, in modo assolutamente arbitrario, il suo verso positivo

3) Scomporre lungo la direzione di moto tutte le forze che non siano ad essa allineate o perpendicolari, e riportarle nel disegno

4) Applicare la condizione di equilibrio $\mathbf{R} = 0$ lungo la direzione che interessa (quella di moto) ricordando che $\mathbf{R}$ rappresenta la "somma vettoriale" di tutte le componenti delle forze considerate. Queste avranno segno positivo o negativo in funzione della scelta eseguita nel punto 2).

[3] Il *baricentro* di una sfera o di un cubo è il loro centro; di un quadrato o di un rettangolo, il punto d'incontro delle diagonali; di una sottile sbarra cilindrica, il suo punto medio; di un triangolo, il punto d'incontro delle mediane...Il baricentro di un sottile anello circolare, è il suo centro, che, si noti, non appartiene fisicamente all'oggetto considerato!!

E' una ovvia conseguenza dell'arbitrarietà della scelta del segno positivo per la direzione di moto, che studenti diversi potrebbero arrivare a risultati di segno opposto al termine della risoluzione dello stesso problema. A prescindere da eventuali errori di calcolo, i due risultati sono ugualmente corretti, in quanto esprimono la stessa realtà fisica. Ad esempio: un corpo è appoggiato ad un piano orizzontale ed è sottoposto ad un sistema di forze che lo mette in moto verso sinistra. Il primo studente sceglie come direzione positiva quella verso destra: la risultante delle forze applicate al corpo avrà per lui segno negativo. Un secondo studente decide che la direzione positiva è quella verso sinistra: la risultante di forze avrà per lui segno positivo.

Anche se i due risultati sono diversi (opposti per segno algebrico), sono entrambi corretti perché esprimono "la stessa realtà fisica": per entrambi gli studenti l'oggetto è sottoposto ad un insieme di forze che lo spinge ... dalla stessa parte, cioè verso "sinistra"!!

6.10 Il piano inclinato

Galileo Galilei fece un grande uso del piano inclinato. Capì, infatti, che le proprietà fondamentali del moto e dell'equilibrio dei corpi rimangono le stesse anche sul piano inclinato, ma diventano più semplici da cogliere nelle loro caratteristiche fondamentali e, quindi, da studiare.

Consideriamo un piano inclinato di un angolo α, di altezza h, di base b e di lunghezza l. Si ponga sopra esso un corpo di peso $\mathbf{P}$, libero di cadere verso il basso. Il piano non presenti attrito.

La prima considerazione è ovvia: l'oggetto non può cadere lungo la direzione verticale per la presenza del piano che oppone un vincolo, e potrà solo scivolare lungo il lato l. Supponendo che il corpo rimanga perfettamente fermo, cerchiamo di determinare le condizioni di equilibrio ragionando come esposto nel paragrafo precedente.

1) *Disegniamo le forze* in gioco che agiscono sul corpo che ci interessa. Esse sono solo due: la forza peso $\mathbf{P}$, diretta lungo la verticale, e la reazione vincolare $\mathbf{N}$ esercitata dal piano d'appoggio e normale ad esso.

2) Individuiamo *la direzione di moto.* Essa coincide con il lato l, ipotenusa del piano inclinato che, per comodità, assumeremo di forma triangolare. Scegliamo come positiva la direzione verso il basso: si ricordi che tale scelta è arbitraria. Eseguiamo la stessa scelta per la direzione perpendicolare al piano inclinato (positiva verso il basso).

3) *Scomponiamo le forze lungo la direzione di moto.* La forza peso si suddivide nella componente parallela al piano $\mathbf{P}_{\parallel}$ e in quella ad esso perpendicolare $\mathbf{P}_{\perp}$. Nel caso della reazione vincolare $\mathbf{N}$, la componente parallela alla direzione di moto è nulla: si deve considerare solo la componente perpendicolare, che coincide completamente con $\mathbf{N}$.

4) Scriviamo ora *le condizioni di equilibrio.*

L'equilibrio lungo la <u>direzione perpendicolare al piano</u> (il corpo non può muoversi lungo tale direzione) è data dall'equazione:

$$\mathbf{R} = 0$$

dove, è opportuno ricordarlo, $\mathbf{R}$ rappresenta la somma vettoriale di tutte le forze che agiscono lungo la direzione che ci interessa. Nel nostro caso la condizione di equilibrio diventa:

$\mathbf{N} + \mathbf{P}_{\perp} = 0$

Togliamo i vettori e introduciamo il segno algebrico (positivo verso il basso):

$- \mathrm{N} + \mathrm{P}_{\perp} = 0.$

Da questa espressione, noto $\mathrm{P}_{\perp}$, si ottiene N:

$\mathrm{P}_{\perp} = \mathrm{N}.$

Se ora consideriamo la direzione parallela al piano inclinato, vediamo che l'unica forza presente è $\mathbf{P}_{\parallel}$. L'equilibrio è quindi impossibile. L'oggetto scivolerà verso il basso (in assenza di attrito) spinto dall'intensità di tale forza.

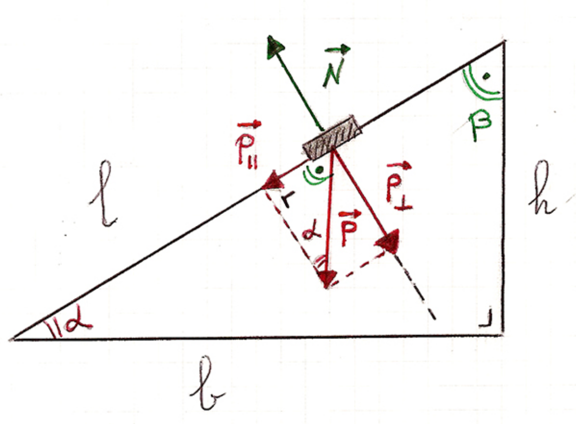

Fig.6.9 - *Piano inclinato e scomposizione della forza peso* **P**.

Per la risoluzione completa del problema, quindi, bisogna calcolare il modulo delle componenti della forza peso **P**, supposta nota l'inclinazione del piano. A tal fine useremo una semplice dimostrazione geometrica.

Consideriamo il piano inclinato come un triangolo rettangolo, di base b, altezza h e ipotenusa l. Sia α l'angolo di inclinazione.

Consideriamo anche il triangolo (rettangolo) ottenuto dalla scomposizione della forza peso **P** lungo la direzione obliqua del piano inclinato: un cateto è $\mathbf{P}_{\parallel}$, l'altro è opposto a $\mathbf{P}_{\perp}$, e l' ipotenusa è **P**.

I due triangoli sono "simili" perché hanno i tre angoli rispettivamente congruenti. Infatti, un angolo è retto per costruzione. L'angolo α è congruente all'angolo compreso tra **P** e $\mathbf{P}_{\parallel}$ in quanto angoli corrispondenti rispetto a due rette parallele (le direzioni disegnate da h e **P**) e una trasversale (il lato obliquo l). Entrambi questi angoli sono in verde in Fig.6.9. Il terzo angolo è rispettivamente congruente nei due triangoli per differenza tra quantità congruenti.

Abbiamo così dimostrato che il triangolo del piano inclinato e quello della scomposizione della forza peso **P** sono triangoli "simili". Essi hanno, quindi, i lati corrispondenti proporzionali. Si possono così scrivere le seguenti uguaglianze (in modulo):

$$\frac{P_{\parallel}}{h} = \frac{P_{\perp}}{b} = \frac{P}{l} \tag{6.10}$$

Si noti che, se il piano inclinato è un triangolo notevole, anche il triangolo della scomposizione della forza peso deve esserlo, in quanto simili. Ne consegue che, noti in partenza **P** e l'angolo α, oppure **P** e due lati, si possono ottenere facilmente sia $\mathbf{P}_{\perp}$ che $\mathbf{P}_{\parallel}$.